BIBLIOGRAFIA:

Lipchutz, Seymour, Álgebra lineal, Serie de compendios Schaum, 1971

espacios vectoriales y subespacios, pagina 72. ejercicio 4.9

editorial Mc Graw-Hill

QUE ME DAN:

1) $W = \{(a, b, c); a + b + c = 0\}$, W esta formado por los vectores que tienen la propiedad de que la suma de sus componentes es cero.

2) $W = \{(a, b, 0); a, b \epsilon R\}$, esto es, W es el plano x, y que consta de los vectores cuya componente es cero.

QUE ME PIDEN:

Sea V=R^3, mostrar que W es un subespacio de V teniendo en cuenta las condiciones anteriores.

PLAN DE SOLUCION.

Primero demostraremos la primera condicion dada, donde: $W = \{(a, b, c); a + b + c = 0\}$ para la cual definiremos 2 escalares: k $y\, k'$. posteriormente, nos encargaremos de demostral el segundo enunciado. en donde el objetivo es llegar a un vector donde su componente sea igual a cero. debemos tener en cuenta que la suma $\oplus$ es la suma habitual entre vectores.

SOLUCION:

1)

Sean:

$V = (a, b, 0)$ $\qquad W = (c, d, 0)$

$k\; y\; k' \epsilon\; R$

entonces:

primero multiplicaremos, $k\, y\, k\,'$ por los vevectores $W y V y$ despues sumaremos sus resultados con el fin de obtener cero;

$$kV \oplus k'W = k(a, b, 0) + k'\,(c, d, 0)$$
$$= (ka, kb, 0) + (k'c, k'd, 0)$$
$$= (ka + k'c, kb + k'd, 0)$$

entonces podemos observar como la tercera componente es igual a cero, que indica que $kV + k'W$, por lo cual queda demostrado que W es un subespacio de V.

2) tenemos que:

$0 = (0, 0, 0) \epsilon W$ y $\quad k\; y\; k' \epsilon\; R$

entonces definimos 2 vectores:

$V = (a, b, c)$ $\qquad W = (a', b', c')$

ahora sumamo cada uno de los terminos que conforman los vectores W y V.

y nos da como resultado que:

$a+b+c=0 \qquad a'+b'+c'=0$

ahora multipicaremos esto por k y k' asi:

$kV+k'W=k(a,b,c)+k'\,(a'+b'+c')$

$=(ka\,,kb,kc)+(k'a,k'b,k'c)$ por propiedad distributiva.

$=(ka+k'a,kb+k'b,kc+k'c)$ por asociativa.

$=k(a+b+c) \;\; + k'(a',b',c')$

$=k0+k'0$

con lo cual queda demostrado que W es un subespacio de V.